

# Una Lógica de XPath con Datos Intuicionista

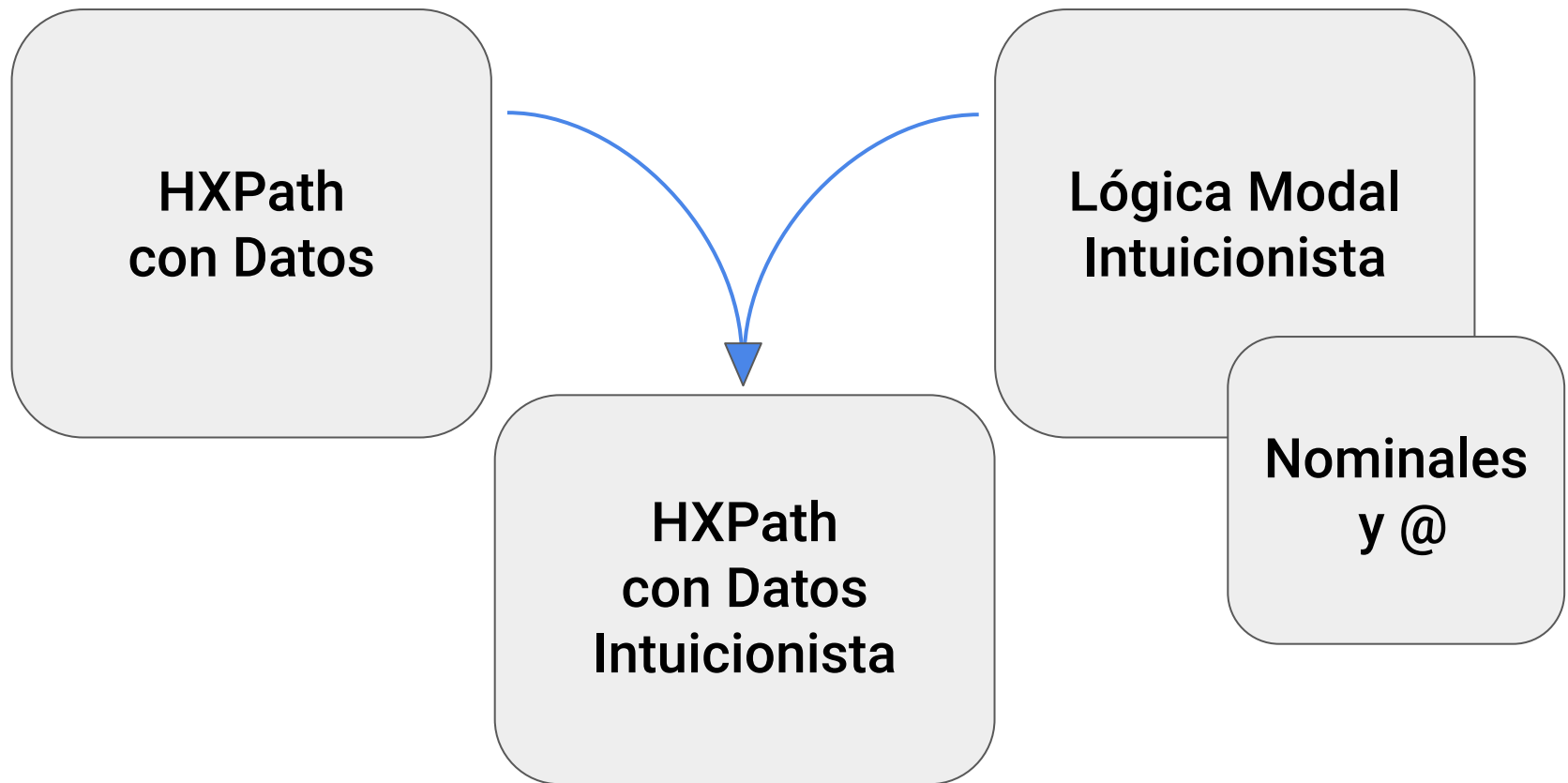
Danae Dutto ~ Carlos Areces ~ Valentin Cassano ~ Raul Fervari

Dpto de Matemática - FCEFQyN - Universidad Nacional de Río Cuarto  
Sec. de Computación - FAMAF - Universidad Nacional de Córdoba  
CONICET

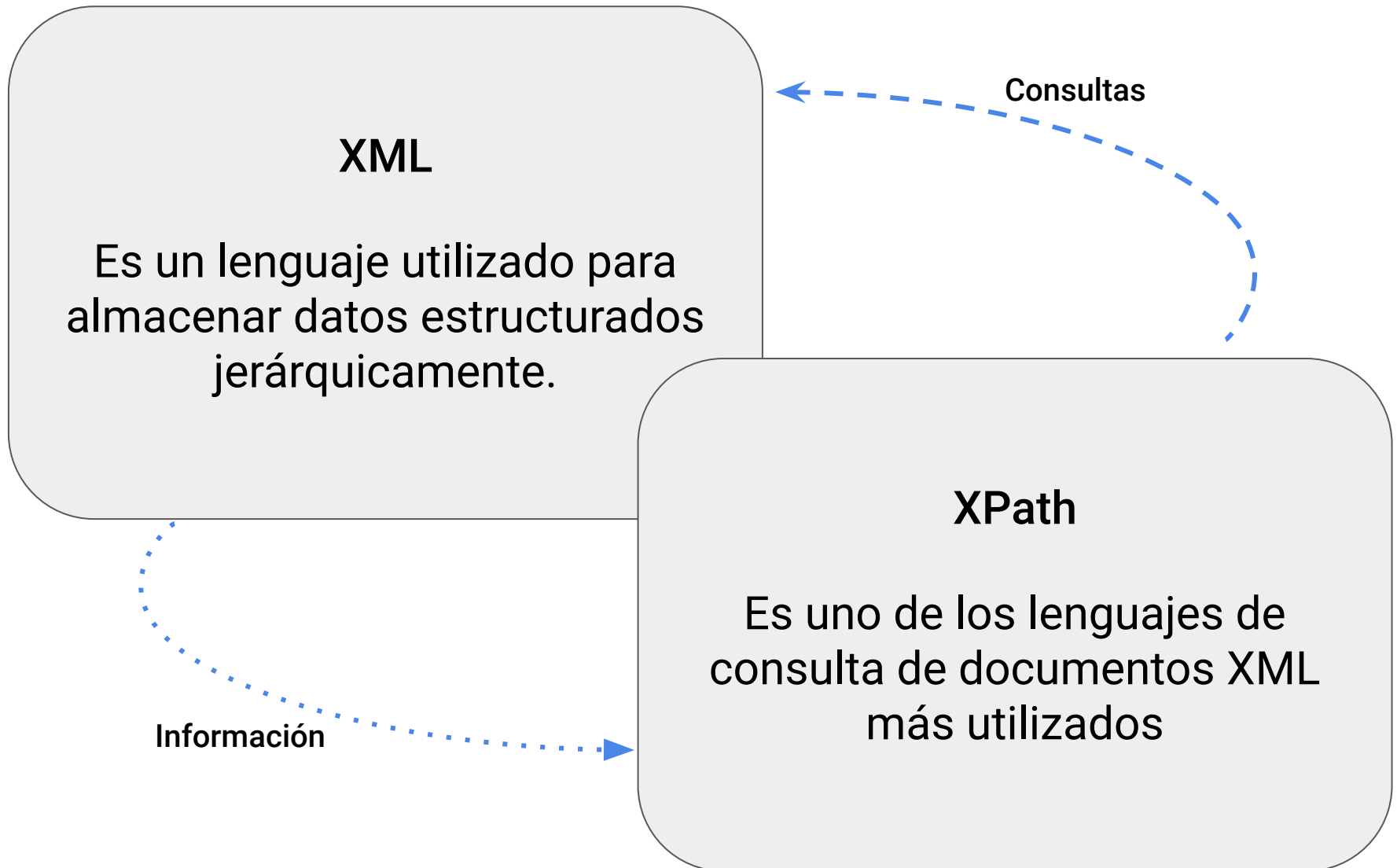
Septiembre 2022 - Neuquén, Argentina

# En ésta charla

Un enfoque Intuicionista a una Lógica de XPath con Datos



# XML y XPath



# Estructura de un Documento XML

<biblioteca>

<libro id=095-5>

<titulo>El Aleph</titulo>

<autor>Jorge Luis Borges</autor>

<fecha>1945 </fecha/>

</libro>

<libro id=647-4>

<titulo>Ficciones</titulo>

<autor>Jorge Luis Borges</autor>

<fecha>1944</fecha/>

</libro>

<libro id=670-1>

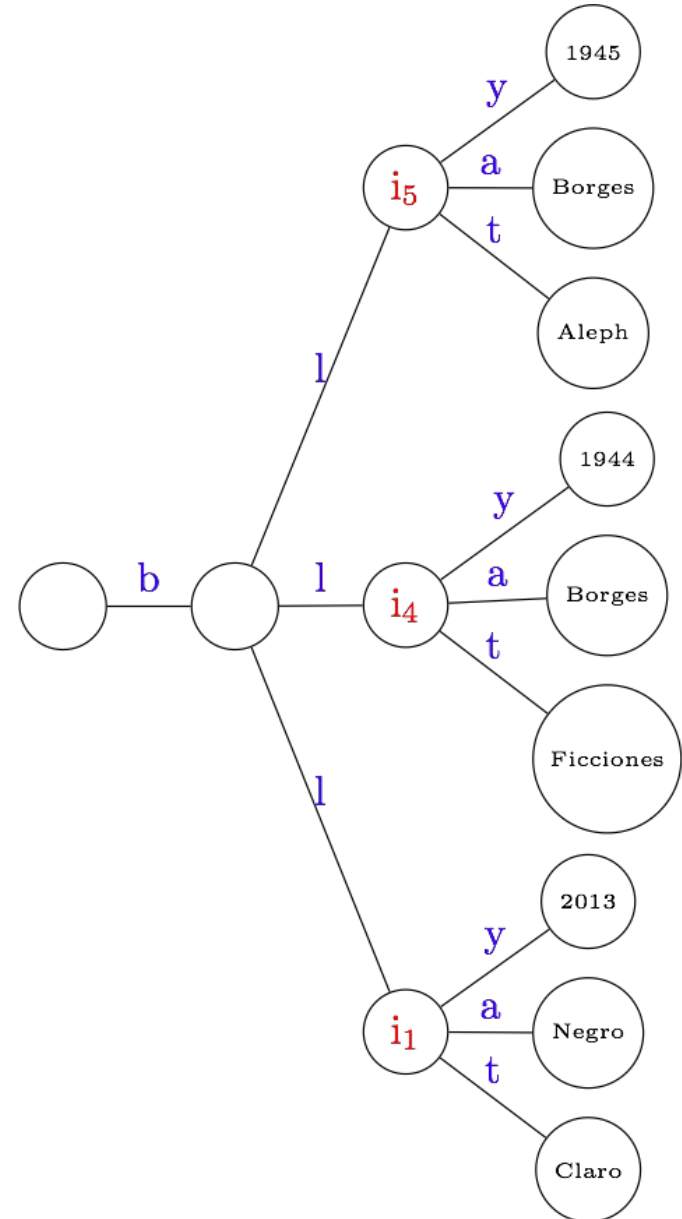
<titulo>No se si he sido claro</titulo>

<autor>Roberto Fontanarrosa</autor>

<fecha>2013</fecha/>

</libro>

</biblioteca>



# Consultas en XPath

Las expresiones de lenguaje nos permiten:

- RECORRER
- CONSULTAR

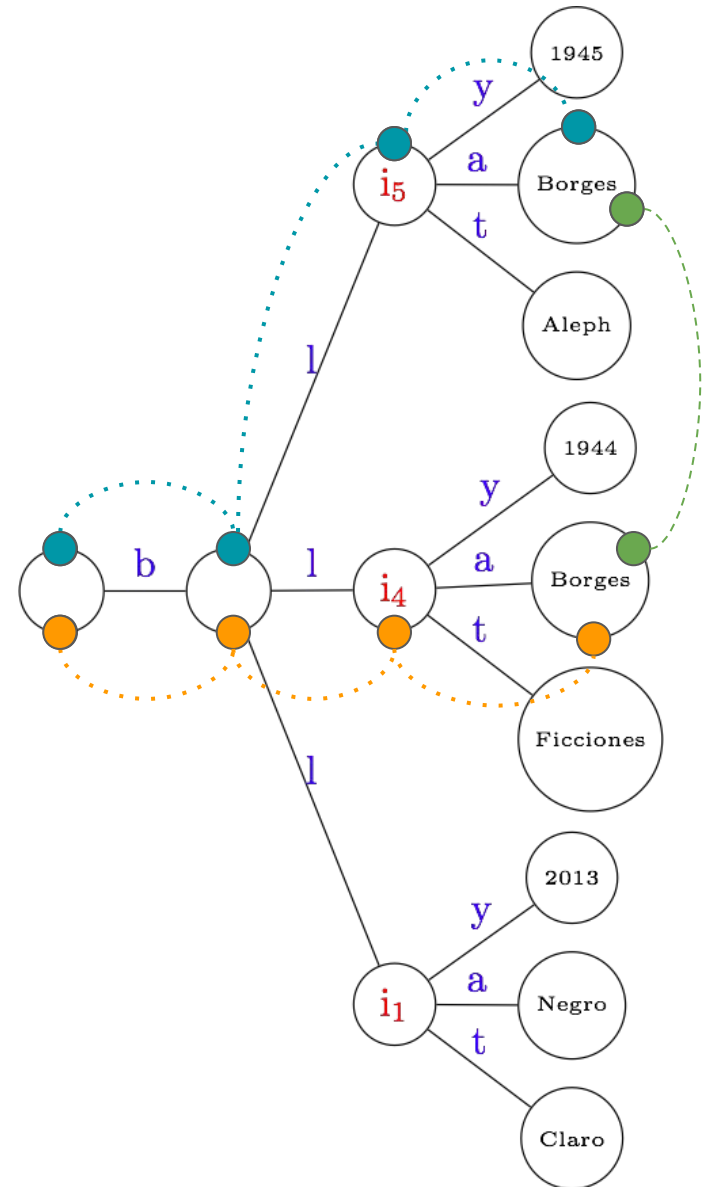
RECORRIDOS:

$\cdots b l [i_5] a$

$\cdots b l [i_4] a$

COMPARACIONES:

$\cdots b l [i_5] a = b l [i_4] a$  igualdad de datos



# HXPath con Datos

## El Lenguaje y sus Modelos

Los conjuntos PExp y NExp de **expresiones bien formadas** se definen por recursión mutua de la siguiente manera:

$$\text{PExp} := a \mid @_i \mid [\varphi] \mid \alpha\beta$$

$$\begin{aligned} \text{NExp} := & p \mid i \mid \perp \mid \varphi \vee \psi \mid \varphi \wedge \psi \mid \varphi \rightarrow \psi \mid \\ & \langle \alpha = \beta \rangle \mid [\alpha = \beta] \mid \langle \alpha \neq \beta \rangle \mid [\alpha \neq \beta] \end{aligned}$$

Un **modelo** es una estructura  $\mathfrak{M} = \langle W, \{R^a\}_{a \in \text{Mod}}, \sim, V, g \rangle$  donde:

1.  $W$  es un conjunto no vacío de nodos;
2.  $R^a$  es una relación binaria sobre  $W$  (camino);
3.  $\sim$  es una relación de equivalencia sobre  $W$  (igualdad);
4.  $V : \text{Prop} \rightarrow 2^W$  y  $g : \text{Nom} \rightarrow W$  son funciones de valuación (props./noms.);

# HXPath con Datos

La relación  $\Vdash$  de **satisfacibilidad** de una expresión en un modelo se define como:

$$\mathcal{M}, w, w' \Vdash a \quad \text{sii} \quad wR_a w'$$

$$\mathcal{M}, w, w' \Vdash @_i \quad \text{sii} \quad g(i) = w'$$

$$\mathcal{M}, w, w' \Vdash [\varphi] \quad \text{sii} \quad w = w' \text{ y } \mathcal{M}, w \Vdash \varphi$$

$$\mathcal{M}, w, w' \Vdash \alpha\beta \quad \text{sii} \quad \text{existe } u \in W \text{ t.q.} \\ \mathcal{M}, w, u \Vdash \alpha \text{ y } \mathcal{M}, u, w' \Vdash \beta$$

$$\mathcal{M}, w \Vdash \langle \alpha = \beta \rangle \quad \text{sii} \quad \text{existe } u, v \in W \text{ t.q.} \\ \mathcal{M}, w, u \Vdash \alpha, \\ \mathcal{M}, w, v \Vdash \beta \text{ y} \\ u \sim v$$

# Diamantes y Comparaciones en HXPath con Datos

Expresando comparaciones en HXPath

$$\langle b \text{ l } [i_5] a = b \text{ l } [i_4] a \rangle$$

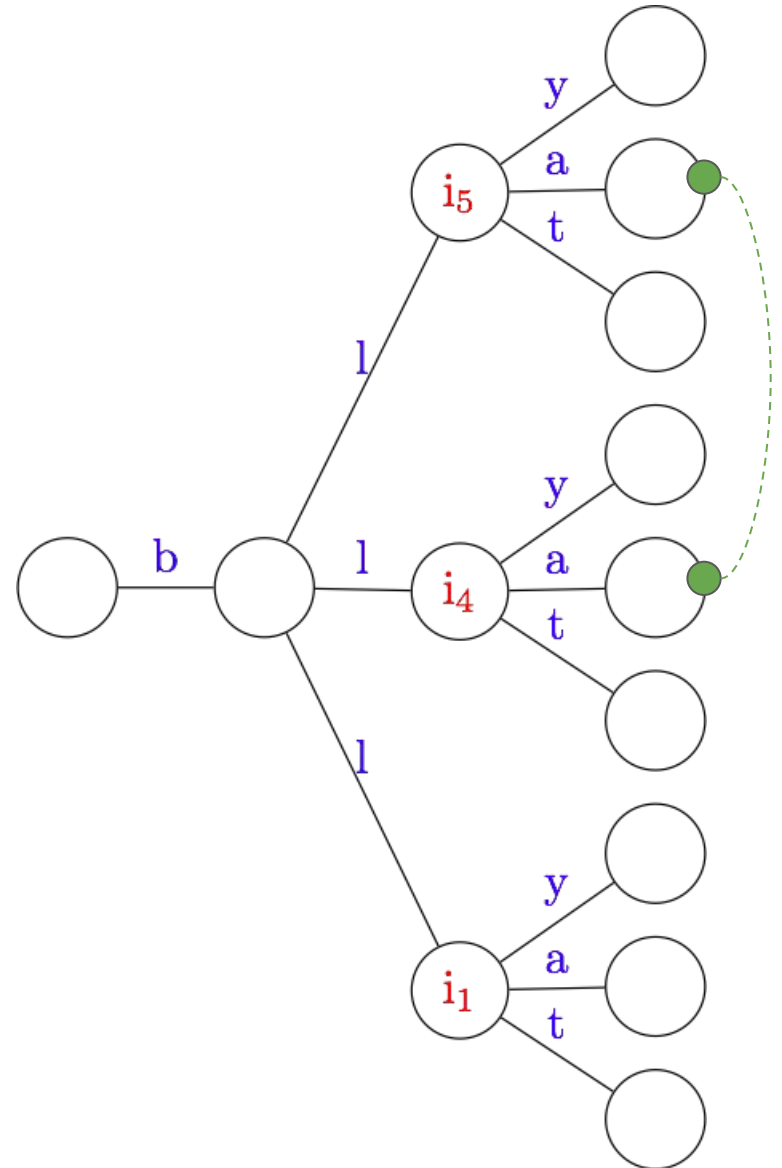
$$\rightarrow \mathcal{M}, r \Vdash \langle b \text{ l } [i_5] a = b \text{ l } [i_4] a \rangle$$

sii existen nodos  $u, v$  en  $W$  t.q

$$\rightarrow \mathcal{M}, r, u \Vdash b \text{ l } [i_5] a$$

$$\rightarrow \mathcal{M}, r, v \Vdash b \text{ l } [i_4] a$$

$$\rightarrow u \sim v$$





# ¿Por qué un enfoque intuicionista?

<biblioteca>

<libro id=095-5>

<titulo>El Aleph</titulo>

<autor>Jorge Luis Borges</autor>

<fecha>1945 </fecha/>

</libro>

<libro id=670-1>

<titulo>Quiero verte otra vez</titulo>

<autor>Roberto Fontanarrosa</autor>

<fecha> </fecha> <!-- en prensa -->

</libro>

</biblioteca>

?

$\langle b\ l\ [i_5]\ y = b\ l\ [i_1]\ y \rangle$

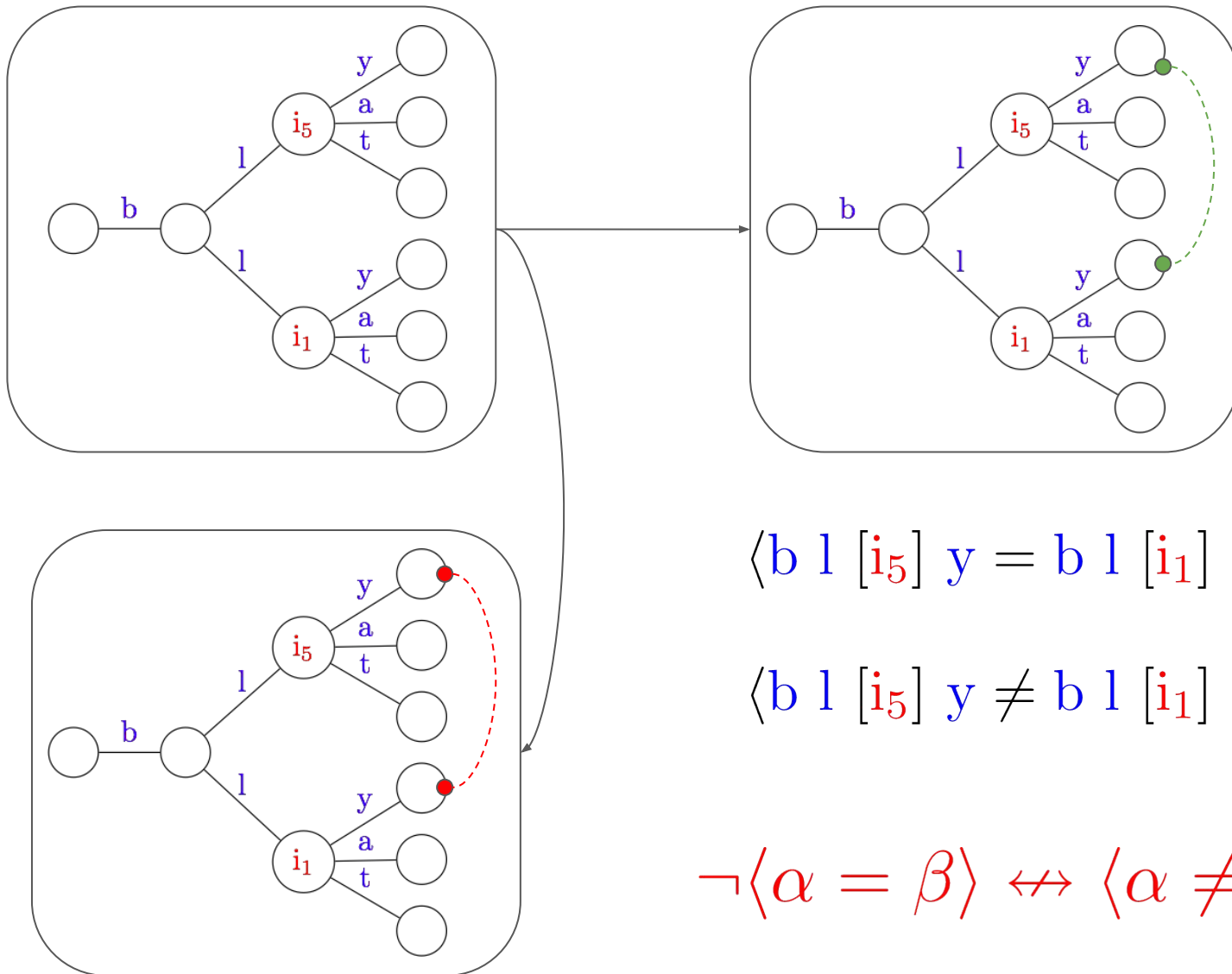
?

$\neg \langle b\ l\ [i_5]\ y = b\ l\ [i_1]\ y \rangle$

?

$\langle b\ l\ [i_5]\ y = b\ l\ [i_1]\ y \rangle \vee \neg \langle b\ l\ [i_5]\ y = b\ l\ [i_1]\ y \rangle$

# ¿Por qué un enfoque intuicionista?



$$\langle b \ l \ [i_5] \ y = b \ l \ [i_1] \ y \rangle$$

$$\langle b \ l \ [i_5] \ y \neq b \ l \ [i_1] \ y \rangle$$

$$\neg \langle \alpha = \beta \rangle \leftrightarrow \langle \alpha \neq \beta \rangle$$

# IHXPath con Datos

Un **modelo intuicionista** es una estructura  $\mathcal{M} = \langle M, \preceq, \{\mathfrak{M}_m\}_{m \in M} \rangle$  donde:

$\mathfrak{M}_m = \langle W_m, \{R_m^a\}_{a \in \text{Mod}}, \approx_m, \sim_m, \simeq_m, V_m, g_m \rangle$  es un **modelo de datos** y

1.  $M$  es un conjunto no vacío parcialmente ordenado por  $\preceq$ ;
2.  $m \preceq m'$  implica:  $W_m \subseteq W_{m'}$ ;  $R_m^a \subseteq R_{m'}^a$ ;  $\sim_m \subseteq \sim_{m'}$ ;
3.  $m \preceq m'$  implica para todo  $p \in \text{Prop}$ ,  $V_m(p) \subseteq V_{m'}(p)$ ;
4.  $m \preceq m'$  implica para todo  $n \in \text{Nom}$ ,  $g_m(n) = g_{m'}(n)$ ;
5.  $\approx_m$  es una relación de equivalencia en  $W$  (nominales);
6.  $\simeq_m$  es una relación binaria sobre  $W_m$  t.q. para todo  $w_1, w_2, w_3 \in W_m$ :

$$(w_1, w_1) \notin \simeq_m^c$$

$$(w_1, w_2) \in \simeq_m^c \text{ implica } (w_2, w_1) \in \simeq_m^c$$

$$(w_1, w_3) \in \simeq_m^c \text{ implica } (w_1, w_2) \in \simeq_m^c \text{ or } (w_2, w_3) \in \simeq_m^c$$

7. se cumple además que:  $m \preceq m'$  implica  $\approx_m \subseteq \approx_{m'}$ ; y  $\simeq_m^c \subseteq \simeq_{m'}^c$ .

# IHXPath con Datos

La relación  $\Vdash$  de **satisfacibilidad** se mantiene para

$$\text{PExp} := a \mid @_i \mid [\varphi] \mid \alpha\beta$$

$$\text{NExp} := p \mid i \mid \perp \mid \varphi \vee \psi \mid \varphi \wedge \psi \mid \langle \alpha = \beta \rangle \mid \langle \alpha \neq \beta \rangle$$

El intuicionismo requiere **condiciones más fuertes** para

- $\mathcal{M}, m, w \Vdash \varphi \rightarrow \psi$  sii para todo  $m \preceq m'$ ,  
 $\mathcal{M}, m', w \Vdash \varphi$  implica  $\mathcal{M}, m', w \Vdash \psi$
- $\mathcal{M}, m, w \Vdash [\alpha = \beta]$  sii for all  $m \preceq m'$ , for all  $u, v \in W_m$   
 $\mathcal{M}, m, w, u \Vdash \alpha$  y  $\mathcal{M}, m, w, v \Vdash \beta$   
implica  $u \sim v$ .

# Trabajo realizado, en progreso, y a futuro

- Modelos para IHXPath con Datos
- Axiomatización para los modelos definidos
- Resultados de Correctitud y Completitud al estilo Henkin
  
- Extensiones con axiomas y reglas puras
- Completitud fuerte para dichas extensiones
  
- Decidibilidad
- Complejidad
- Lógicas con variantes de comparación

# Referencias Principales

- Carlos Areces and Raul Fervari. Axiomatizing hybrid xpath with data. Logical Methods in Computer science, 17(3), 2021.
- Carlos Areces and Balder ten Cate. Hybrid Logics, In Handbook of Modal Logic, pages 821–868. Elsevier, 2007.
- Torben Braüner. Hybrid Logic and its Proof-Theory. Springer, 2011.

**Gracias**