

RECURSOS LÚDICOS PARA INCURSIONAR EN LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Charla de divulgación

Martha Ferrero - María Jesús Bianchi

Grupo de Investigación en Pensamiento y Educación Matemática
Universidad Nacional del Comahue- Centro Regional Universitario BARILOCHE



LA ENSEÑANZA DE LOS IRRACIONALES EN LA ESCUELA MEDIA

Muchos autores destacan que la introducción al conjunto de los números reales se realiza en la escuela completando los conjuntos numéricos de \mathbb{N} a \mathbb{Q} por necesidades algebraicas y mostrando que \mathbb{Q} “no alcanza” para cubrir la recta numérica, apelando a algunos ejemplos de números irracionales como contraejemplos en una posible función sobreyectiva de \mathbb{Q} en la recta.

MOTIVACIÓN:

En nuestro Proyecto de Investigación, hemos encontrado que tanto en profesores como en estudiantes es común la idea de que los números irracionales son “raros” o más bien “unos pocos”.

También los docentes de media comentaron que el tema “números reales” no se trabaja mucho en la escuela porque no conocen **PROBLEMAS INTERESANTES** que los involucren.

RECURSOS Y PROBLEMAS

Entre recursos (manipulativos y apps para el celu o la compu), encontramos algunos muy atractivos que pueden dar lugar a buenas preguntas, a “experimentos” y a un poco de investigación matemática.

Los recursos que utilizamos son sólo un medio para conseguir algo, no son un fin en sí mismos, por lo que debemos darles su justo valor y tiempo de uso.

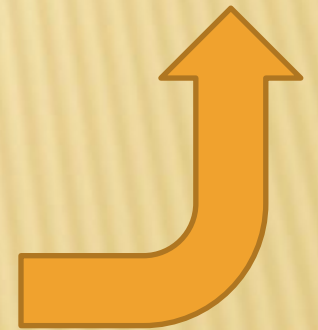
Tenemos que propiciar el aprendizaje de las matemáticas no de los recursos

RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

RECURSOS

PREGUNTAS

CONTENIDOS



RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

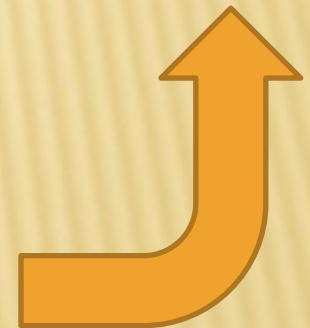
1. Espirógrafo
2. Geoplano
3. Dado icosaédrico
4. Agujas y tablero



PREGUNTAS



CONTENIDOS



ESPIRÓGRAFOS



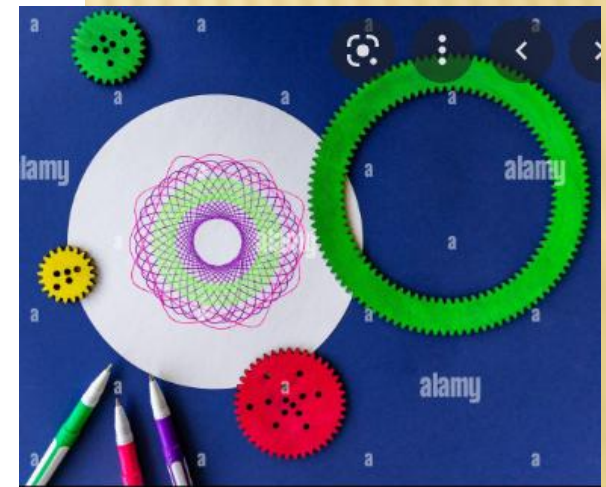
Actividad 1:
Jugar con los espirógrafos materiales y virtuales.

Actividad 2:
Hallar algún patrón para predecir cuantas puntas tendrá la figura a realizar en función de las ruedas elegidas. La siguiente tabla puede servir de ayuda:



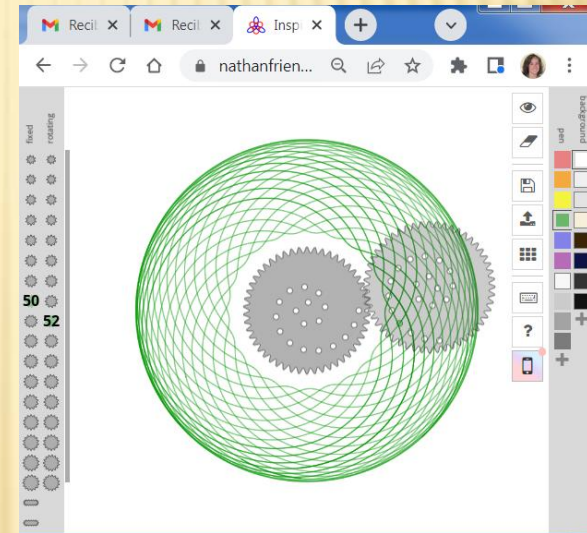
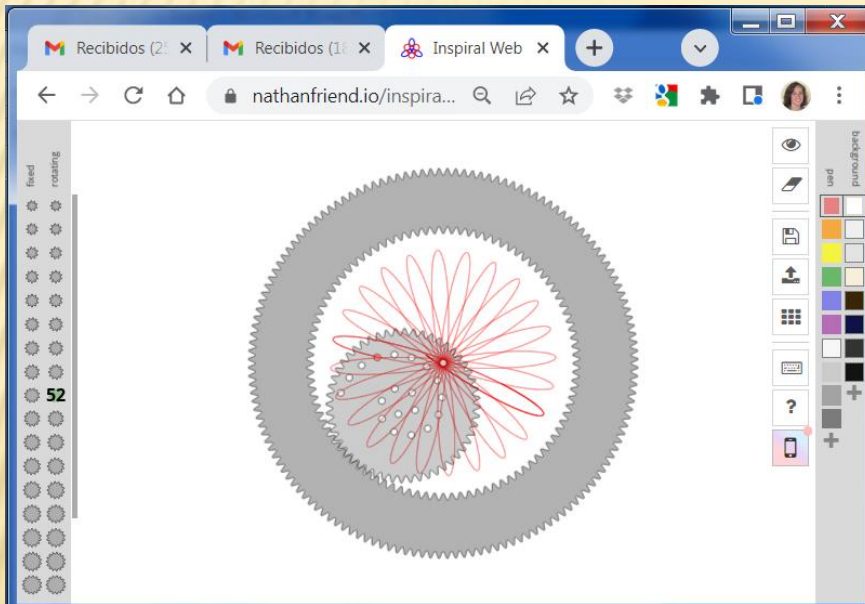
Radio Móvil 1 Radio Móvil 2 Radio Móvil 3 Radio Móvil 4 Radio Móvil 5

Radio Fijo 9					
Radio Fijo 10					
Radio Fijo 11					
Radio Fijo 12					



Páginas web

<http://nathanfriend.io/inspirograph/>



Preguntas: ¿Siempre “cierran”?
¿Podríamos construir un espirógrafo ideal que no cierre? ¿Bajo qué condiciones?

GEOPLANO

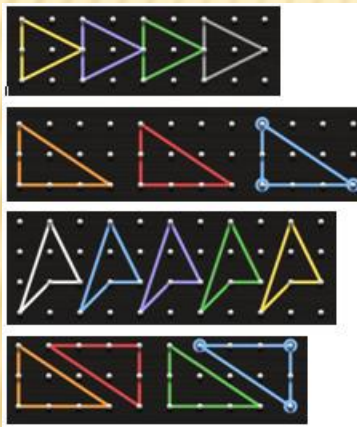
Un geoplano es una retícula cuadrada, fácilmente materializable, por ejemplo:

- mediante un tablero con clavos, que se pueden unir con gomitas,
- con tableros de goma-eva punteados, chinchas y gomitas,
- hojas con puntos (trama isométrica cuadrada)
- simulación con computadora (programa geogebra, <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>)

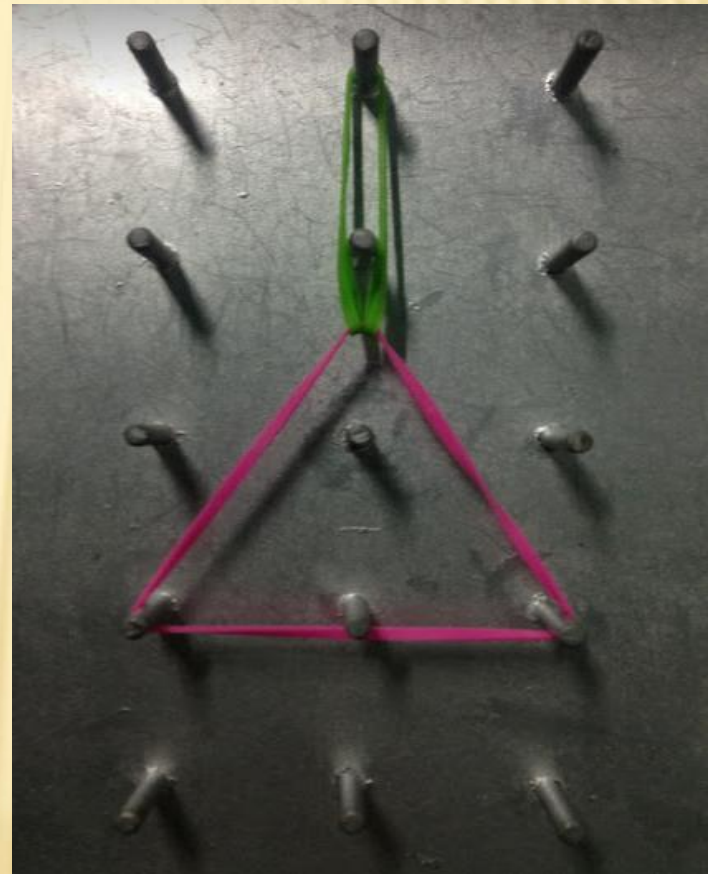


Este RECURSO ha dado lugar a importantes investigaciones en matemática , "**Geometry and the Imagination**" Hilbert y Cohn Vossen 1ra ed. 1952 Chelsea Publishing Company. New York. Chapter II: "Regular Systems of Points"

Después de trabajar con polígonos, figuras congruentes y transformaciones rígidas, perímetro (Teorema de Pitágoras), área (teorema de Pick) se puede “desafiar” a los estudiantes pidiéndoles construir un triángulo equilátero en el geoplano.



Hay que dar bien la consigna:
Un triángulo equilátero con
vértices en puntos del
geoplano, porque puede
aparecer algún físico que se le
ocurra esto:



Se puede encontrar más información sobre estas actividades en el artículo:

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

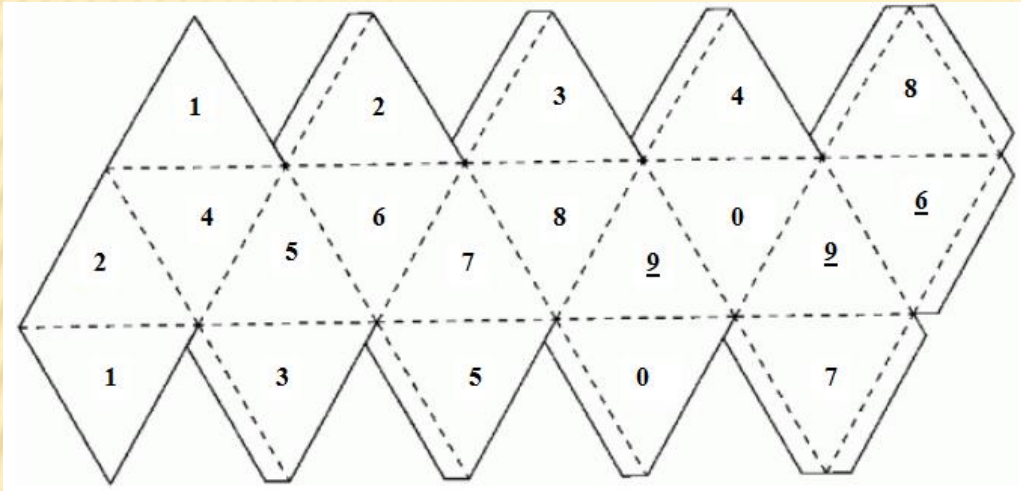
ISSN: 1887-1984

Volumen 91, marzo de 2016, páginas 23-32

Un problema con números irracionales y una pizca de estilo griego

María Martha Ferrero (Universidad Nacional del Comahue. Argentina)

DADO ICOSAÉDRICO



**ACTIVIDAD
PROPUESTA**
Registrar las tiradas del
dado
y observar las
regularidades
Que se presentan
(rachas)

Paenza, A. <https://www.youtube.com/watch?v=yX97MMWh944>

Nuestro aporte en esta actividad es el uso del dado icosaédrico con los dígitos apareciendo en dos caras distintas, dado que se trata de un dado con caras equiprobables (Juan – Fernández Rajoy – Ferrero. Taller REM 2017)

AGUJA DE BUFFON

estadisticaparatodos.es/taller/buffon/buffon.html



Está usted en [Inicio](#) > [Taller estadístico](#) > *La aguja de Bufón*

La Aguja de Buffon

Una manera que conocemos para calcular el valor de π es trazando un círculo y dividiendo lo que mide su circunferencia entre lo que mide su diámetro. Sin embargo, desde hace cientos de años, los matemáticos han desarrollado otras maneras para llegar al número π . Una de ellas es el experimento propuesto por [el Conde de Buffon](#) » en 1777.



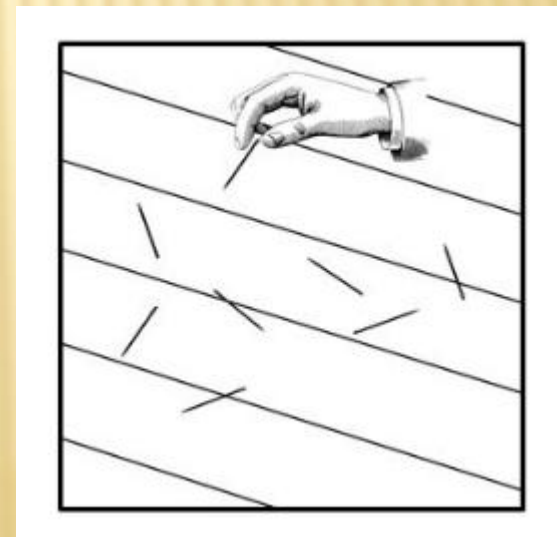
"La Aguja de Buffon"

Este experimento consiste en dejar caer una aguja sobre una hoja rayada y anotar las veces que la aguja cruza alguna de las rayas. Después de lanzar la aguja muchísimas veces comprobó que su experimento estaba íntimamente relacionado con el número π . Para obtener un número muy parecido a π , hay que dejar caer la aguja muchísimas veces sobre la hoja, multiplicar esta cantidad por dos y dividir el resultado entre el número de veces que la aguja cruzó alguna de las rayas.

Con el llamado "problema de la aguja de Buffon", (siglo XVIII), nace la **teoría de las probabilidades geométricas** desarrollada poco después por Laplace en su gran tratado "*Teoría analítica de las probabilidades*" (1812).

- Realizamos el experimento
- Justificamos el resultado
- Simulación

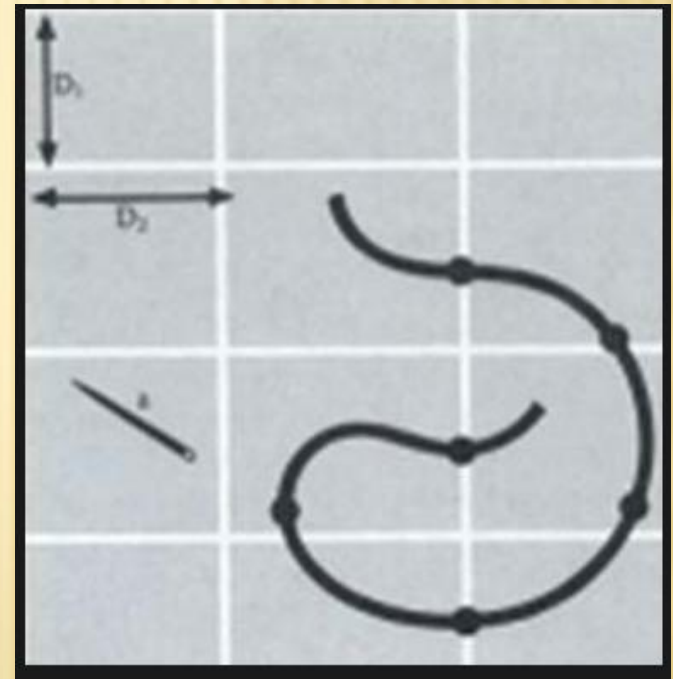
<https://vicmat.com/numero-%CF%80-azar-la-aguja-buffon/>



<https://cienciahoy.org.ar/las-secciones-indiscretas/>

Aunque vinculada inicialmente a los juegos de azar, dicha teoría originó luego la geometría integral o estocástica contemporánea, de interés para la matemática pura y aplicada.

La geometría integral ha permitido el desarrollo de dos técnicas de gran importancia: la **estereología** y la **tomografía computada**. La primera es definida, con palabras de un especialista, como "un conjunto de métodos para la exploración del espacio tridimensional a partir del conocimiento de secciones bidimensionales o de proyecciones sobre el plano; es decir, se trata de una extrapolación del plano al espacio".



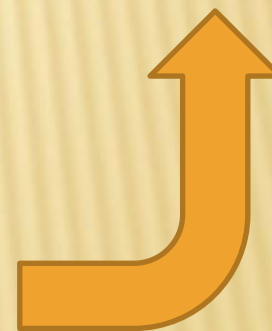
RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

1. Espirógrafo
2. Geoplano
3. Dado icosaédrico
4. Agujas y tablero

1. ¿Por qué la curva vuelve al punto inicial?
2. ¿Se pueden construir triángulos equiláteros?
3. ¿Es fácil obtener una secuencia periódica?
4. ¿Por qué aparece π ?



1. Conmensurabilidad
2. Teorema de Pitágoras. Números irracionales construibles
3. Cardinalidad de $I = R - Q$
4. Probabilidad geométrica



La característica de ubicuidad que tienen los números irracionales en el conjunto de los números reales es poco apreciable en las prácticas escolares habituales y difícil de explicar a los estudiantes, que los consideran números raros.

No ayudan ni la representación gráfica en la recta numérica ni la necesidad práctica de realizar cálculos, utilizando dos o tres decimales para dar suficiente precisión a un resultado.

Sin embargo, tanto en los problemas clásicos como en estas actividades en los que opera alguna restricción, aparecen sin buscarlos: no se “ven” pero están, como el aire cuya existencia se percibe cuando a uno le tapan la nariz.

Muchas gracias